TEMA 1

W. LEONTIEF (1957): "INPUT-OUTPUT ANALYSIS", en "Enciclopedia Internacional de las Ciencias Sociales", Ed. Aguilar, vol. 6, pp.70-78.

- "... el método input-output es una adaptación de la teoría neoclásica del equilibrio general al estudio empírico de la interdependencia cuantitativa entre actividades económicas interrelacionadas".

- La tabla input-output, soporte estadístico del modelo, "...describe el flujo de bienes y servicios entre los distintos sectores de la economía nacional durante un período fijado de tiempo".

ANÁLISIS INPUT-OUTPUT

PROPÓSITO: Analizar y cuantificar las relaciones derivadas de esos flujos mediante:

- Sistema de ecuaciones lineales (sencillo, pero irreal).
- Coeficientes numéricos no estimados estadísticamente (ratios descriptivos en la TIO). Rassmussen (1963): "sorprendente".

CRITICADO POR SU SENCILLEZ:

- "forma heroica de construir modelos" (R. Stone y G. Croft-Murray, 1959)

ALABADO POR SU APLICABILIDAD Y CARÁCTER EMPÍRICO:

- "regla de tres del economista" (E. Rossier, 1980)

ORÍGENES

CONCEPTUALES (Shumpeter, 1971 y Nagels, 1970):

- Mercantilistas y fisiócratas → representación esquemática del circuito económico (Boisguilbert – Quesnay – Marx – Walras).

FORMALES:

- primer balance económico soviético → idea explícita de una TIO, alabada por Leontief (1963, p.130. Artículo en Etudes Economiques, núm. 145, traducido del original en ruso de 1925). Ver Nemchinov, 1963 y 1973; Dmitriev, 1968.
- "request-table" de R. Frish (1934, p.272). Ver Morillas (1983; p. 91) y Rasmussen (1963, p.25)

MARCO INPUT-OUTPUT DEL SEC-95

- APORTA MAYOR INFORMACIÓN ESTADÍSTICA Y CONTABLE:
  - Tabla de origen (columnas: rama; filas: productos) → Recoge la producción de bienes y servicios, según producto y tipo de proveedor, de las distintas ramas de actividad y las importaciones de los mismos. → UAE
  - Tabla de destino (columnas: rama; filas: productos) → Recoge el empleo de los bienes y servicios, según producto y tipo de empleo (consumos intermedios por rama, consumo final, FBC y exportaciones). Además, recoge los componentes del VAB.→ UAE
  - Tabla I-O simétrica (columnas: producto/rama ; filas: producto/rama). Tabla prod.-prod. o rama-rama → UPH

(Más tablas que relacionan las TO y TD con las cuentas de los sectores)

Tabla 1: Tabla de origrn de la oferta simplificada

Oferta		Ramas de actividad	Resto del mundo	**Total**
		(1)	(2)	**(3)**
Productos	(1)	Producción por producto y por rama de actividad	Importaciones por producto	**Oferta total por producto**
Total	**(2)**	**Producción total por ramas de actividad**	**Importaciones totales**	**Oferta total**

Tabla 2: tabla de destino de la producción simplificada

Empleos		Ramas de actividad	Resto del mundo	Gasto en consumo final	Formación bruta de capital	**Total**
		(1)	(2)	(3)	(4)	**(5)**
Productos	(1)	Consumos intermedios por producto y rama de actividad	Exportaciones	Gasto en consumo final	Formación bruta de capital	**Empleos totales por producto**
Componentes del valor añadido	(2)	Valor añadido por componente y rama de actividad				
Total	**(3)**	**Insumos totales por rama de actividad**				

Tabla 3: Tabla input-output simétrica simplificada (producto-producto)

Empleos		Productos (o ramas) (1)	Resto del mundo (2)	Gasto en consumo final (3)	Formación bruta de capital (4)	**Total (5)**
Productos (o ramas)	(1)	Consumos intermedios	Exportaciones	Gasto en consumo final	Formación bruta de capital	**Empleos totales por producto**
Componentes del valor añadido	(2)	Valor añadido				
Producción	**(3)**	**Producción**				
Resto del mundo	**(4)**	**Importaciones**				
Total	**(5)**	**Oferta total por producto**				

IDENTIDADES ENTRE LAS TABLAS DE ORIGEN Y DESTINO

- Identidad por rama de actividad:

Producción por rama = Insumos por rama = Consum. Inter. + VAB

- Identidad por producto:

Oferta por producto = Empleos por producto

Producción + Importaciones = Cons. Inter + Export. + Consumo + FBC

CRITERIOS DE VALORACIÓN

Consumos intermedios, a precios de adquisición	+	Remuneración de los inputs primarios	+	Otros impuestos netos sobre la producción	=	**Precios básicos**
		Precios básicos	+	Impuestos netos sobre productos, excluido IVA	=	**Precios salida de fábrica**
Precios salida de fábrica	+	Márgenes de comercio y transporte	+	IVA no deducible, que grava los productos	=	**Precios de adquisición**

ESQUEMA SIMPLIFICADO DE UNA TABLA INPUT-OUTPUT

		Ramas homogéneas					DF		E
		1	2	…	n		$\mathbf{y}$		$\mathbf{x}$
Ramas homogéneas	1	x_{11}	x_{12}	.	x_{1n}	+	y_1	=	x_1
	2	x_{21}	x_{22}	.	x_{2n}	+	y_2	=	x_2
	…	.	.	.	.	+	.	=	.
	n	x_{31}	x_{32}	.	x_{3n}	+	y_n	=	x_n
		+	+	+	+				
VA	$\mathbf{v'}$	v_1	v_2	.	v_n				
		=	=	=	=				
R	$\mathbf{x'}$	x_1	x_2	.	x_n				

PRINCIPALES RELACIONES EN UNA TIO SIMÉTRICA

La matriz de inputs intermedios (**X**) y los vectores resaltados en la tabla anterior (valor añadido, **v**, demanda final, **y**, y producción, **x**) están relacionados en forma matricial como sigue:

Suma por filas (lado de la demanda): $\mathbf{X}\,\mathbf{i} + \mathbf{y} = \mathbf{x}$

Suma por columnas (lado de la oferta): $\mathbf{X}'\,\mathbf{i} + \mathbf{v} = \mathbf{x}$

Equilibrio oferta/demanda: $\mathbf{X}\,\mathbf{i} + \mathbf{y} = \mathbf{X}'\,\mathbf{i} + \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{i}'\,\mathbf{y} = \mathbf{i}'\,\mathbf{v}$

Nota: $\mathbf{i}' = (1\ \ 1\ \ \ldots\ \ 1)$

TEMA 2

MODELO EN UNIDADES FÍSICAS

- Interpretación correcta y original del modelo de Leontief

Definiciones:

q_i = cantidad producida del bien i
q_{ij} = flujo físico del sector i al sector j ($q_{ij} \in \mathbf{Q}$)
f_i = cantidad de la unidad i destinada a la demanda final

ECUACIÓN DE ASIGNACIÓN DE LA PRODUCCIÓN (O. Lange, 1964; p.183):

$$\mathbf{q = Q\,i + f}$$

Nota: Es la única identidad posible (carece de sentido la suma por columnas)

Definición del **coeficiente técnico de producción:** mínimo valor del bien i necesario para producir una unidad del bien j:

$a^*_{ij} = q_{ij} \,/\, q_j$ → $a^*_{ij} \in \mathbf{A^*}$ (matriz de coeficientes técnicos o tecnológica)

Función de producción: $q_j = \mathrm{Min}_i\,(q_{ij} \,/\, a^*_{ij})$, para i= 1,2,...,n bienes + trabajo (lineal y homogénea)

Como puede deducirse: $q_{ij} = a^*_{ij}\, q_j$ → $\mathbf{Q = A^{*\,d}q}$

Sustituyendo en la ecuación de asignación: $\mathbf{q = Q\,i + f = A^{*\,d}q\,i + f = A^{*}\,q + f}$

Despejando: $\mathbf{(I - A^{*})\,q = f}$ → $\boxed{\mathbf{q = (I - A^{*})^{-1}\,f\ ;\ q \geq 0\ ;\ \forall f \geq 0}}$, siempre que

$|\, \mathbf{A^*} \,| \neq \mathbf{0}$ (**economía indescomponible**) y $\mathbf{i'\,A^* < i'}$ (**economía productiva**)

<u>Conclusión 1</u>: La relación $\mathbf{q = (I - A^*)^{-1} f}$ determina, para una lista dada de demanda final (variable exógena) la producción necesaria de cada bien para que dicha demanda pueda ser satisfecha.

Sin embargo, esto no es del todo correcto, puesto que **f** es parte de **q**. Si llamamos **z** a la producción intermedia:

$$\mathbf{z = q - f = (I - A^*)^{-1} f - f = ((I - A^*)^{-1} - I) f}$$

<u>Conclusión 2</u>: El modelo **determina sólo las producciones intermedias** necesarias para satisfacer una determinada demanda final.

OTRA VISIÓN DE LA SOLUCIÓN DEL MODELO BASE

Si se sustituye la inversa por su desarrollo en serie de potencias:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1}\,\mathbf{f} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}^* + \mathbf{A}^{*2} + \ldots)\,\mathbf{f} =$$

$$= \mathbf{f} + \mathbf{A}^*\,\mathbf{f} + \mathbf{A}^{*2}\,(\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1}\,\mathbf{f}$$

$\mathbf{f}$ = demanda final estipulada (<u>dato</u>).

$\mathbf{A}^*\,\mathbf{f}$ = consumos intermedios <u>directamente</u> requeridos para satisfacer f.

$\mathbf{A}^{*2}\,(\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1}\,\mathbf{f}$ = consumos intermedios <u>indirectamente</u> requeridos para satisfacer f.

<u>Conclusión</u>: se confirma que sólo sirve para obtener los consumos intermedios requeridos para una demanda final dada.

MODELO CON INCORPORACIÓN DE PRECIOS

- La única forma de homogeneizar la información contenida en una TIO del tipo anterior es transformar en términos de valor las unidades físicas. Para ello, se necesita conocer sus correspondientes precios. De esta forma, además, los inputs de una rama pueden interpretarse en términos de coste de producción.
- Valor de la producción del bien j: $p_j q_j = \sum_i p_i q_{ij} + p_0 q_{0j}$.

Dividiendo por q_j : $p_j = \sum_i p_i (q_{ij} / q_j) + p_0 (q_{0j}/q_j)$ → $\mathbf{p = A^{*\prime} p + w}$ → $\mathbf{p' = p' A^{*} + w'}$ → $\boxed{\mathbf{p' = w' (I - A^*)^{-1}}}$, siendo $w_j = p_0 (q_{0j}/q_j)$ el coeficiente de VA por unidad física del bien j. Coste por unidad física producida (función de los salarios y de la tecnología): DUAL DEL SISTEMA DE LEONTIEF

(Igualdad de precios y costes en el sistema de Walras)

VALOR DE LA PRODUCCIÓN Y COSTES DE PRODUCCIÓN

- **Introduciendo los precios** en el modelo en unidades físicas, se obtiene el valor de la producción:

$$\mathbf{q = Q\,i + f} \rightarrow {}^{d}\mathbf{pq} = {}^{d}\mathbf{pQi} + {}^{d}\mathbf{pf} \rightarrow \mathbf{x = Xi + y}$$, siendo:

$\mathbf{x}$ = valor de la producción, $\mathbf{q}$, con los precios $\mathbf{p}$
$\mathbf{X}$ = tabla de transacciones (valores), que no input-output (unidades físicas).
$\mathbf{y}$ = vector de demanda final, en valor.

- **Introduciendo las cantidades** en la ecuación de costes por unidad física:

$$\mathbf{p' = p'\,A^{*} + w'} \rightarrow \mathbf{p = A^{*\prime}\,p + w} \rightarrow {}^{d}\mathbf{qp} = {}^{d}\mathbf{q}\,\mathbf{A^{*\prime}\,p} + {}^{d}\mathbf{qw} \rightarrow \mathbf{x = X'i + v}$$

Igualando las expresiones en azul (valores): ${}^{d}\mathbf{pQi} + {}^{d}\mathbf{pf} = \mathbf{Q'\,p} + {}^{d}\mathbf{qw}$

Sumando para todo i (premultiplicando por **i**): $\boxed{\mathbf{i'}\,{}^{d}\mathbf{pf} = \mathbf{i'}\,{}^{d}\mathbf{qv}}$ → **RELACIÓN DE DUALIDAD** (Nikaido, 1978; p.14) → equilibrio contable en la economía para una demanda **f** y un valor añadido **v**, induciendo un sistema de precios **p**.

MODELO DE FLUJOS EN VALOR: ÚNICO FACTIBLE

- No es posible la realización de una TIO basada en cantidades físicas y precios nominales, como el descrito. Adoptemos el de **flujos en valor**.

Ecuación de demanda: $\mathbf{x} = \mathbf{Xi} + \mathbf{y} \rightarrow$ modelo de demanda (filas)

Ecuación de oferta: $\mathbf{x} = \mathbf{X'i} + \mathbf{v} \rightarrow$ modelo de oferta (columnas)

Los coeficientes estructurales del sistema serán:

$$\mathbf{A} = \mathbf{X}\, {}^{d}\mathbf{x}^{-1} \rightarrow a_{ij} = x_{ij} / x_j = p_i q_{ij} / p_j q_j = (q_{ij}/q_j)(p_i/p_j) = a^*_{ij}(p_i/p_j)$$

Al depender de los precios relativos **no puede considerarse un coeficiente técnico** $\rightarrow$ $\boxed{\mathbf{A} = {}^{d}\mathbf{p}\, \mathbf{A}^*\, {}^{d}\mathbf{p}^{-1}}$. **Hipótesis básica**: **no hay cambios en los precios relativos de los bienes y servicios**.

MODELO DE DEMANDA (FILAS)

$$\mathbf{x} = \mathbf{Xi} + \mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x} - \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \rightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad ; \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad \forall \mathbf{y} \geq \mathbf{0}$$

Una cambio en la demanda final implica una variación del mismo signo en las cantidades producidas, dada en la forma:

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\,\Delta\mathbf{y} \rightarrow \Delta x_1 = (1-a_{11})^{-1}\,\Delta y_1 = (1/(1-a_{11}))\,\Delta y_1$$

Al ser $a_{11} < 1$ → Efecto multiplicador

EFECTOS MULTIPLICADORES EN EL MODELO DE DEMANDA

Si llamamos A_{ij} a un elemento genérico de la matriz inversa de Leontief, es decir, $A_{ij} \in \mathbf{(I - A)^{-1}}$, sabemos que representa las necesidades directas e indirectas del bien i necesario para satisfacer una demanda final unitaria del bien j. El significado exacto de este proceso se entiende mejor si se aproxima la inversa mediante el desarrollo en serie de potencias:

$$\mathbf{(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \ldots\ldots}$$

- La matriz **I** representa los impulsos unitarios iniciales de demanda
- La matriz **A**, las necesidades directas de cada bien para satisfacerlos
- La matriz $\mathbf{A^2}$, las necesidades indirectas, por medio de otro bien
- La matriz $\mathbf{A^3}$, las necesidades indirectas, por medio de otros dos bienes
- ………. (VER PRODUCTO DE MATRICES Y GRAFO)

- Efecto sobre la producción global de un incremento unitario en la demanda de un bien permaneciendo el resto constantes: $p(\Delta y_j = 1 \; ; \Delta y_i = 0 \; , \text{para } i \neq j)$:

$$(\Delta x_1 \;\; \Delta x_2 \; \ldots \; \Delta x_j \; \ldots \Delta x_n)' = \mathbf{(I - A)^{-1}}(0 \; 0 \; \ldots 1 \; \ldots 0)' \; = (A_{1j} \;\; A_{2j} \ldots A_{jj} \; \ldots \; A_{nj})$$

Puede comprobarse de nuevo que cada A_{ij} da el efecto total del aumento unitario de la demanda de la rama j sobre cada una de las demás: $\Delta \mathbf{x_i} = \mathbf{A_{ij}}$. Por tanto, el efecto multiplicador de la producción global de un incremento unitario en la demanda de la rama j será :

$$\boldsymbol{\Sigma_i \, \Delta x_i = \Sigma_i \, A_{ij}} \quad \textbf{(suma de columna j)}$$

- Efecto sobre la producción de una rama i de un incremento unitario uniforme de la demanda final ($\Delta \mathbf{y} = \mathbf{i}$):

$$(\Delta x_1 \;\; \Delta x_2 \; \ldots \; \Delta x_j \; \ldots \Delta x_n)' = \mathbf{(I - A)^{-1}}(1 \;\; 1 \; \ldots 1 \; \ldots 1)'$$

$$\boldsymbol{\Delta x_i = \Sigma_j \, A_{ij}} \quad \textbf{(suma de fila i)}$$

MODELO DE OFERTA (COLUMNAS)

$$\mathbf{x = X'i + v}$$

Se trabaja con los coeficientes de mercado o de distribución: $d_{ij} = x_{ij} / x_i$. Por tanto,

$$x_{ij} = d_{ij}\, x_i \rightarrow \mathbf{X = {}^{d}x\ D}$$

Si trasponemos la igualdad primera:

$$\mathbf{x' = i'X + v' = i'\,{}^{d}x\ D + v' = x'\ D + v'}$$

Por tanto,

$$\mathbf{x' = v'\,(I - D)^{-1} \quad \rightarrow \quad \Delta x' = \Delta v'\,(I - D)^{-1}}$$

EFECTOS MULTIPLICADORES EN EL MODELO DE OFERTA

La interpretación de los coeficientes de la matriz inversa de los outputs será similar a la de los inputs, pero cambiando demanda por valor añadido y fila por columna:

- D_{ij} expresa el incremento de la producción de la rama j ante un incremento unitario del valor añadido de la rama i.
- $\Sigma_j D_{ij}$ (suma de fila i) expresa el aumento de la producción global inducido por un incremento unitario del valor añadido de la rama i.
- $\Delta x_j = \Sigma_i D_{ij}$ (suma de columna j) expresa el aumento de la producción de la rama j necesario para satisfacer un incremento unitario uniforme de los valores añadidos de todas las ramas.

AMBOS MODELOS SON DOS CARAS DE LA MISMA MONEDA: $\mathbf{D} = {}^{d}\mathbf{x}^{-1}\ \mathbf{A}\ {}^{d}\mathbf{x}$

EFECTO VALOR AÑADIDO – PRECIO

- Un indicador de precios –costes para una rama de producción j será:

$$p_j = \sum_i p_i a_{ij} + w_j \rightarrow \mathbf{p = A' p + w} \rightarrow \mathbf{p' = p' A + w'}$$

siendo $w_j = v_j / x_j$

$$\mathbf{p' = w' (I - A)^{-1} \rightarrow \Delta p' = \Delta w' (I - A)^{-1}}$$

- Esta ecuación da las variaciones de precios ante cambios en la participación del valor añadido (salarios, beneficios, impuestos,...) en el valor final de la producción de una rama.
- Si $\Delta w_i = 1$, con $\Delta w_j = 0$ para $j \neq i$, se tiene:

$$(\Delta p_1 \,..\, \Delta p_j \,..\, \Delta p_n) = (0 \,.....1..0)\ (I - A)^{-1} = (A_{i1} \,..\, A_{ij} \,..\, A_{in})$$

Por tanto, $\Delta p_j = A_{ij}$ es la subida de precios de la rama j

LIGAZONES ESPECÍFICAS. COEFICIENTE DE STREIT (SIMÉTRICO)

	i	j	OI
i	--	x_{ij}	OI_i
j	x_{ji}	--	OI_j
II	II_i	II_j	

- Ligazones específicas:

$$LEO_{ij} = x_{ij} \,/\, OI_i \;;\; LED_{ij} = x_{ji} \,/\, II_i \;;\; LEO_{ji} = x_{ji} \,/\, OI_j \;;\; LED_{ji} = x_{ij} \,/\, II_j$$

- Coeficiente de Streit (simétrico):

$$CS_{ij} = CS_{ji} = \tfrac{1}{4}\,(LEO_{ij} + LED_{ij} + LEO_{ji} + LED_{ji})$$

PODER DE DISPERSIÓN Y SENSIBILIDAD DE DISPERSIÓN.

RAMAS CLAVE

- Poder de dispersión (efecto hacia atrás o de arrastre):

$$U_{.j} = (1/n)A_{.j} \;/\; (1/n^2)\sum A_{.j}$$

- Sensibilidad de dispersión (efecto hacia adelante):

$$U_{i.} = (1/n)A_{i.} \;/\; (1/n^2)\sum A_{i.}$$

- Industria (rama) clave:
  - Máximo poder de dispersión
  - Mínimo coeficiente de variación

ALGUNOS COMENTARIOS SOBRE EL MODELO DE LEONTIEF

- Muy criticado (sobre todo en regiones), pero ampliamente aplicado.
- Coeficientes muy inestables y nada fiables, obtenidos con una sola observación (más aún en regiones → precios y producción). Los criterios de imputación deberían tener en cuenta esto (por ejemplo: imputación por ciclo de producción → muy coyuntural).
- No hay sustitución entre inputs.
- No presenta restricciones de capacidad, ni en la producción ni en la oferta de inputs primarios (especialmente sensible en simulaciones de políticas).
- Las hipótesis del modelo exigen mercados competitivos.
- Complejidad en el tratamiento estadístico de ciertos sectores.
- No incorporación de los bienes duraderos dentro de la matriz.
- A pesar de todo: INSTRUMENTO HABITUAL DEL ANÁLISIS ECONÓMICO.